CHAUVIN® ARNOUX
CHAUVIN ARNOUX GROUP

Múltiples representaciones de una señal eléctrica **trifásica**

Los **analizadores** de potencia y energía **Qualistar+** permiten visualizar instantáneamente las características de una red eléctrica trifásica.

Los Qualistar+ muestran las señales de todas las entradas simultáneamente. Las medidas se visualizan en forma de valores, ondas, de representación espectral o incluso en forma de una representación de Fresnel.

Representación temporal

Representación espectral

Representación vectorial

Measure up

Múltiples representaciones de una señal eléctrica trifásica

1. Tensiones trifásicas

El transporte de la energía eléctrica desde su producción (fuente) hasta su distribución (carga) se lleva a cabo a través de tres hilos conductores. Son sobre todo las instalaciones industriales las que son alimentadas por corriente alterna trifásica. Un circuito trifásico recibe tres tensiones sinusoidales de misma frecuencia.

Una distribución de tensiones trifásicas (Fig. 1) consta de 3 conductores de línea y (a veces) de un conductor llamado “de neutro”. Las medidas de tensiones se realizan entonces así:

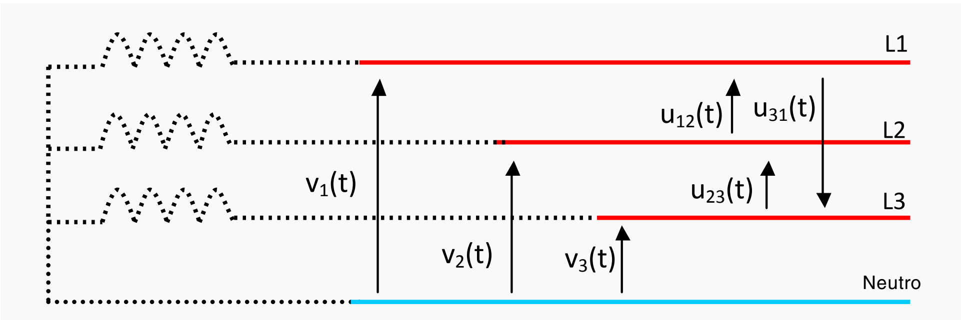


Fig. 1: distribución trifásica de tensiones

A. Ecuaciones y propiedades asociadas

El sistema trifásico de tensiones representado por v1(t), v2(t) y v3(t) está definido por las siguientes ecuaciones:

$$v_1(t) = V_1\sqrt{2}\,\sin(\omega.t)$$
$$v_2(t) = V_2\sqrt{2}\,\sin(\omega.t - \frac{2\pi}{3})$$
$$v_3(t) = V_3\sqrt{2}\,\sin(\omega.t - \frac{4\pi}{3})$$

En teoría:
- las amplitudes de las 3 tensiones son iguales,
- los desfases respectivos son iguales (de 120º)
- las tensiones son perfectamente sinusoidales.

En la práctica, estas propiedades no se comprueban. La importancia de los defectos puede cuantificarse mediante medidas de **tasa de desequilibrio y de distorsión armónica**.

Las tensiones v1(t), v2(t) y v3(t) son llamadas “tensiones sencillas” o “tensiones fase-neutro”. Las tensiones tomadas entre fases son llamadas “tensiones compuestas”. En casos en los que los sistemas trifásicos de tensiones simples son perfectos, las ecuaciones de estas tensiones compuestas se definen entonces de la siguiente manera:

$$u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t) = V\sqrt{2}\sqrt{3}\,\sin(\omega.t + \frac{\pi}{6})$$
$$u_{23}(t) = v_2(t) - v_3(t) = V\sqrt{2}\,\sqrt{3}\sin(\omega.t - \frac{\pi}{2})$$
$$u_{31}(t) = v_3(t) - v_1(t) = V\sqrt{2}\,\sqrt{3}\sin(\omega.t + \frac{5\pi}{6})$$

La amplitud (así como el valor eficaz) de las tensiones compuestas es √3 veces más grande que la de las tensiones simples.
La suma de las 3 componentes de un sistema trifásico perfecto de tensiones es igual a 0.

.

Múltiples representaciones de una señal eléctrica trifásica

B. Representación temporal

El sistema trifásico de tensiones simples (Fig. 2) consta de 3 sinusoides de tensión que se suceden con un desfase de 6,6 ms. Efectivamente,

$$\omega.t_0 = \frac{2\pi}{3}$$

$$t_0 = \frac{2\pi}{3.\omega} = \frac{2\pi}{3.314} = 6,67ms$$

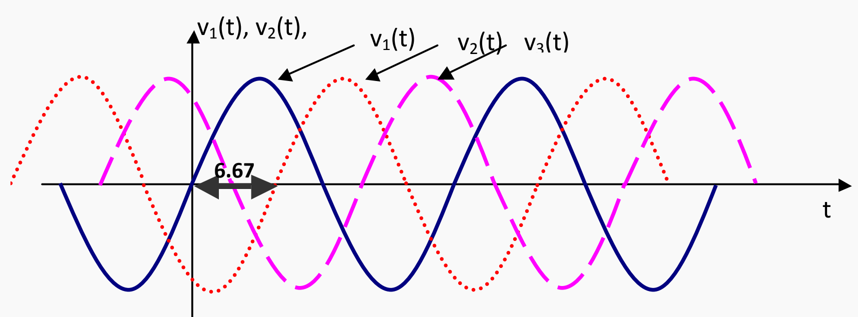


Fig. 2: sistema trifásico de tensiones

C. Representación vectorial

El sistema trifásico de tensiones simples descrito más arriba puede ser representado en un plano vectorial (Fig. 3). La longitud de los vectores corresponde a la amplitud de las sinusoides que forman el sistema. En electrotécnica, son más bien los valores eficaces los que interesan a los usuarios, la **representación vectorial** del sistema se realiza a menudo a partir de los valores eficaces de las funciones sinusoidales.

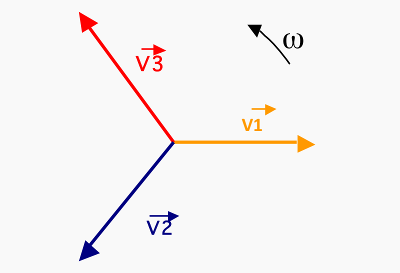


Fig. 3: representación vectorial de un sistema trifásico de tensiones simples

2. Representación temporal de las señales

Las señales eléctricas se representan en un oscilograma. Una señal es la variación de una magnitud eléctrica analógica (tensión o corriente) en función del tiempo. Estas señales varían de forma continua en el tiempo según una ley matemática.

Una señal de tensión o de corriente (Fig. 4) que evoluciona en función del tiempo puede caracterizarse por una relación matemática de tipo:

$$t \rightarrow x(t)$$

o x(t) representa el valor de la señal para cada valor de tiempo t que pasa. Es habitual darle el nombre de **valor instantáneo.**

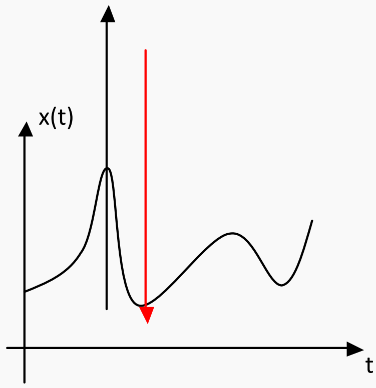


Fig. 4: señal de tensión o corriente

Propiedades especiales

Señal periódica

Una señal x(t) es **periódica** cuando se comprueba la siguiente relación:

$$x(t+T) = x(t)$$

La señal se reproduce idénticamente igual a lo largo del tiempo. El intervalo de tiempo que separa dos instantes donde la señal retoma exactamente las mismas características se llama **periodo T** (Fig. 5).

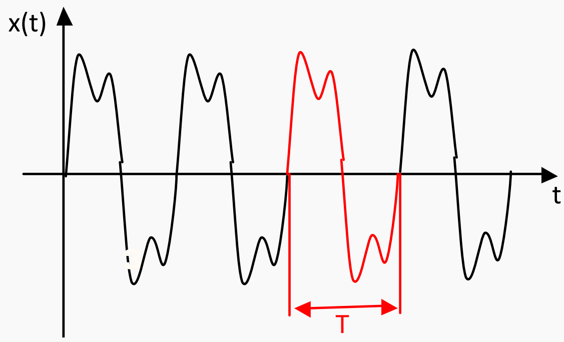


Fig. 5: señal periódica

Múltiples representaciones de una señal eléctrica trifásica

Serie de FOURIER

Cuando la señal es periódica pero no sinusoidal, y a reserva de ciertas propiedades matemáticas (que se comprueban generalmente para las señales que se procesan habitualmente en electrotécnica), se puede obtener, mediante una transformación **en serie de FOURIER**, una representación temporal únicamente compuesta de una señal continua y de señales sinusoidales de frecuencia múltiple de la frecuencia de la señal básica.
Esta propiedad es especialmente interesante por razones de cálculo (cálculo con números complejos) y de representación (**representación espectral**).

Esta transformación se efectúa de la siguiente manera:

Es decir x(t), una señal periódica de periodo T.
La descomposición en serie de FOURIER de x(t) se da mediante la siguiente fórmula:

$$x(t) = \begin{cases} X_0 + \\ A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + \ldots + A_n \cos n\omega t \;\; + \\ B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + \ldots + B_n \sin n\omega t \end{cases}$$

con:

$$X_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t)\, dt$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t).\cos(n.\omega..t)\, dt$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t).\sin(n.\omega..t)\, dt$$

X_0 es llamado componente continua de la señal x(t);
A_n y B_n son coeficientes que representan las amplitudes de los armónicos de rango n de la señal x(t).

Ejemplos

Tensión continua

$$u(t) = E$$

La tensión u(t) (Fig. 6) no varía con el tiempo.
No es periódica, por lo tanto no se puede descomponer en serie de FOURIER.

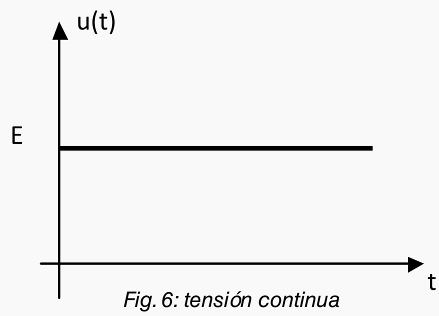


Fig. 6: tensión continua

Corriente alterna sinusoidal (Fig. 7)

$$i(t) = I_{\max} \sin \omega t$$

Esta señal es periódica de periodo T, ya que:

$$i(t) = I_{\max} \sin \omega t$$
$$i(t+T) = I_{\max} \sin\left[\omega(t+T)\right] = I_{\max} \sin(\omega t + 2\pi) = I_{\max} \sin \omega t$$

i(t + T) = i(t) esta señal es por lo tanto periódica de periodo T.
El cálculo de la serie de FOURIER de esta señal no es útil ya que i(t) es sinusoidal puro.

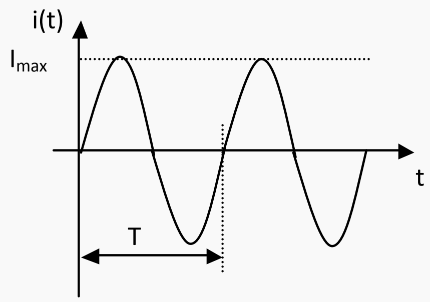


Fig. 7: corriente alterna sinusoidal

Corriente en onda cuadrada (Fig. 8)

$$\begin{cases} i(t) = I \text{ en un semiperiodo} \\ i(t) = -I \text{ en un semiperiodo} \end{cases}$$

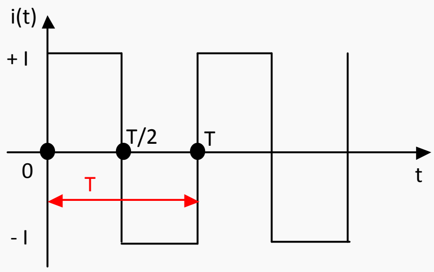


Fig. 8: ondas cuadradas de corriente

Múltiples representaciones de una señal eléctrica trifásica

Cálculo de la serie de FOURIER

Cálculo de I_0

$$I_0 = \frac{1}{T}\left[\int_0^{\frac{T}{2}} I\,dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T}(-I)\,dt\right] = \frac{I}{T}\left[t_0^{T/2} - t_{T/2}^{T}\right]$$

$$I_0 = \frac{I}{T}\left[\frac{T}{2} - 0 - T + \frac{T}{2}\right] = 0$$

El resultado de este cálculo era previsible debido a la simetría con respecto al eje de tiempo de la señal i(t).

Cálculo de los A_n

$$A_n = \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} I.\cos(n.\frac{2\pi}{T}.t)dt - \int_{T/2}^{T} I.\cos(n.\frac{2\pi}{T}.t)dt\right]$$

$$A_n = \frac{I}{T}.\frac{T}{2\pi.n}\left[\sin(n.\frac{2\pi}{T}.t)_0^{T/2} - \sin(n.\frac{2\pi}{T}.t)_{T/2}^{T}\right]$$

$$A_n = \frac{I}{2\pi.n}\left[\sin(n.\pi) - \sin(0) - \sin(n.2\pi) + \sin(n.\pi)\right]$$

$$A_n = 0$$

Cálculo de los B_n

$$B_n = \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} I.\sin(n.\frac{2\pi}{T}.t)dt - \int_{T/2}^{T} I.\sin(n.\frac{2\pi}{T}.t)dt\right]$$

$$B_n = \frac{2.I}{T}.\frac{T}{2\pi.n}\left[-\cos(n.\frac{2\pi}{T}.t)_0^{T/2} + \cos(n.\frac{2\pi}{T}.t)_{T/2}^{T}\right]$$

$$B_n = \frac{I}{\pi.n}\left[-\cos(n.\pi) + \cos(0) + \cos(n.2\pi) - \cos(n.\pi)\right]$$

$$B_n = \frac{I}{\pi.n}\left[-(-1)^n + 1 + 1 - (-1)^n\right]$$

$$B_n = \frac{2.I}{\pi.n}\left[1 - (-1)^n\right]$$

Para n par, B_n es igual a 0. Para n impar, B_n se escribe: $B_n = \frac{4.I}{n\pi}$

La descomposición de la señal i(t) en serie de FOURIER se escribe entonces de la siguiente manera:

$$i(t) = \frac{4.I}{\pi}\sin\omega t + \frac{4.I}{3\pi}\sin 3\omega t + \frac{4.I}{5\pi}\sin 5\omega t + \cdots + \frac{4.I}{n\pi}\sin n\omega t \qquad (n\ impar)$$

Observación importante:

Para el cálculo de los A_n y B_n, puede ser adecuado elegir el origen de los tiempos a fin de crear simetrías en la descripción matemática de la señal. Esta operación puede llevar a un reducción significativa de los cálculos.

Representación temporal

Con la serie calculada anteriormente, se puede reconstruir la señal original con más o menos precisión.

- Con sólo el primer término (Fig. 9):

$$i(t) = \frac{4.I}{\pi}\sin\omega t$$

Este primer término también se llama la componente fundamental.

- Con los dos primeros términos:

$$(t) = \frac{4.I}{\pi}\sin\omega t + \frac{4.I}{3\pi}\sin 3\omega t$$

- Con los tres primeros términos:

$$i(t) = \frac{4.I}{\pi}\sin\omega t + \frac{4.I}{3\pi}\sin 3\omega t + \frac{4.I}{5\pi}\sin 5\omega t$$

Cuanto más términos de la serie, más se aproxima de la señal original la señal recompuesta.

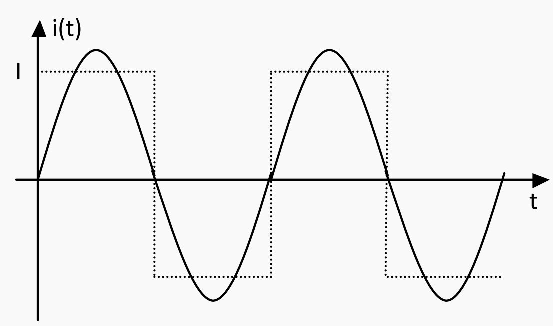


Fig. 9: i(t) representada por su componente fundamental

3. Representación vectorial de las señales

Con la representación de Fresnel, hemos indicado las amplitudes, las fases de las señales. Por lo tanto podemos sacar provecho de las operaciones vectoriales que son más cómodas que las operaciones en las funciones seno y coseno.
La representación vectorial de las relaciones corriente-tensión en régimen sinusoidal es una forma de conservar de la señal únicamente un desfase y una amplitud. Este resultado también se puede obtener con el uso de números complejos.

A. Correspondencia temporal-vectorial

La representación vectorial sólo es posible para las señales sinusoidales.
Se considera la señal sinusoidal x(t) dada por la siguiente relación:

$$x(t) = X\sin(\omega t + \varphi)$$

X es la amplitud de la señal sinusoidal x(t)
ω es el pulso de la señal sinusoidal x(t)
φ es la fase al origen de la señal sinusoidal x(t)

Esta representación está basada en la correspondencia entre un vector de amplitud X que gira a la velocidad ω alrededor de un punto de origen O de esta misma señal en un eje de tiempos (Fig. 10).

φ es la fase al origen (para t = 0).
El ángulo recorrido por el vector $\vec{X}$ relativamente al eje de origen Ox es igual a (ωt+φ).
El periodo T está dado por la siguiente relación:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

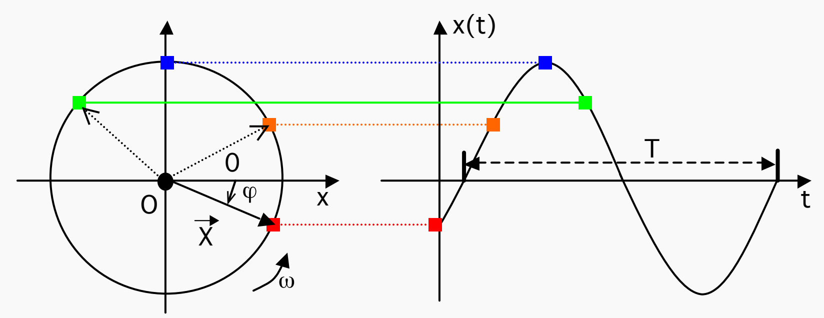


Fig. 10: correspondencia entre el vector X y la señal x(t)

B. Representación de FRESNEL

Cuando se intenta analizar señales sinusoidales (corriente y tensión) relativas a un mismo circuito, se suele utilizar una representación vectorial llamada representación de FRESNEL. Las magnitudes sinusoidales son de idéntico pulso, sólo las amplitudes y las fases iniciales son distintas. Una representación de los vectores para un momento dado basta por lo tanto para tratar los problemas (Fig. 11).

Se suele tomar el origen de los tiempos (t = 0).

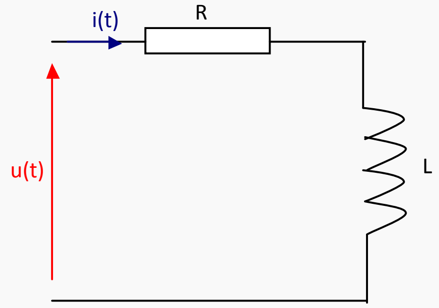


Fig. 11: circuito (R, L)

Ejemplo 1: circuito inductivo

$u(t) = U_{\max}\sin\omega.t$ en régimen permanente, la corriente i(t) es igual a:

$$i(t) = \frac{U_{MAX}}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\sin(\omega t - \varphi) \qquad \text{con} \qquad tg\varphi = \frac{L\omega}{R}$$

Con una representación de FRESNEL (FIG. 12), la tensión y la corriente se representan mediante los vectores $\vec{U}$ e $\vec{I}$:
Cabe destacar que el ángulo φ siempre está (por convención) orientado desde la corriente hacia la tensión.

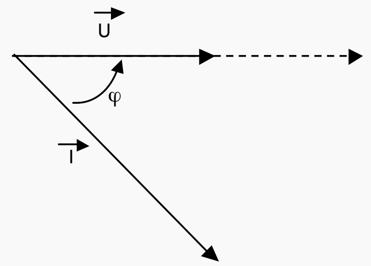


Fig. 12: Representación vectorial

Ejemplo 2: sistema trifásico de tensiones

Es decir el sistema trifásico de tensiones representado por las siguientes ecuaciones:

$$v_1(t) = V_{\max} \sin \omega.t$$
$$v_2(t) = V_{\max} \sin(\omega.t - \frac{2.\pi}{3})$$
$$v_3(t) = V_{\max} \sin(\omega.t - \frac{4.\pi}{3})$$

En la Fig. 3, la representación vectorial (de FRESNEL) de este mismo sistema trifásico.

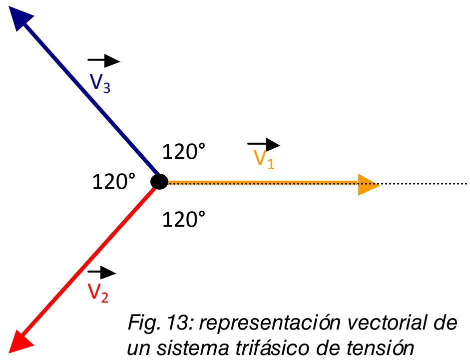


Fig. 13: representación vectorial de un sistema trifásico de tensión

4. Representación espectral de las señales

Una señal no sinusoidal es más compleja. Puede contener una multitud de frecuencias. Su espectro nos informa por lo tanto sobre las distintas componentes de frecuencia que contiene. El espectro de una señal es la representación en función de la frecuencia de las amplitudes de las distintas componentes presentes en la señal.

Cuando una señal es periódica pero no sinusoidal, y a reserva de ciertas propiedades matemáticas (que se comprueban generalmente para las señales que se procesan habitualmente en electrotécnica), se puede obtener, mediante una transformación en serie de FOURIER, una representación temporal únicamente compuesta de una señal continua y de señales sinusoidales de frecuencias múltiples de la frecuencia de la señal básica.

Esta propiedad es especialmente interesante para representar la señal al resaltar la frecuencia y la amplitud de las distintas componentes sinusoidales dadas por el cálculo de la descomposición en serie de FOURIER.

En el caso de una señal sinusoidal pura (Fig. 14) descrita por la siguiente expresión:

$$x(t) = X \sin \omega.t$$

vemos aparecer una amplitud X para una señal sinusoidal de pulso ω (o de frecuencia f).

Estas dos informaciones, importantísimas para analizar una red, pueden incluirse en un gráfico que lleva en las ordenadas la amplitud de la sinusoide y su frecuencia en el eje de abscisas. Esta representación gráfica referente a la señal x(t) es la representación espectral de la señal x(t) (Fig. 15).

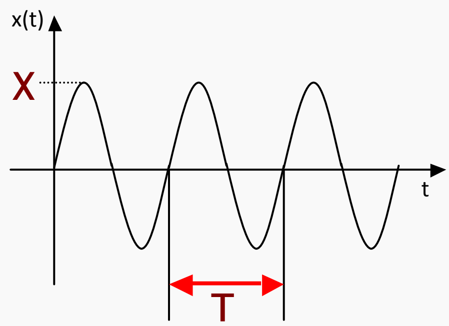


Fig. 14: señal sinusoidal

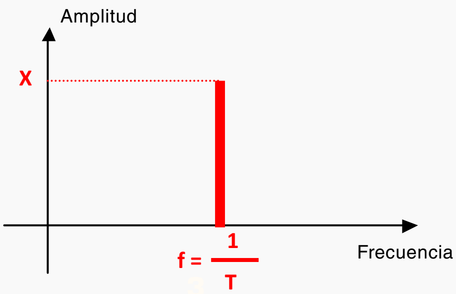


Fig. 15: espectro de la señal x(t)

Múltiples representaciones de una señal eléctrica trifásica

Ejemplo: señal cuadrada

Una corriente i(t) está descrita por la siguiente relación matemática:

$$\begin{cases} i(t) = I \text{ en un semiperiodo} \\ i(t) = -I \text{ en un semiperiodo} \end{cases}$$

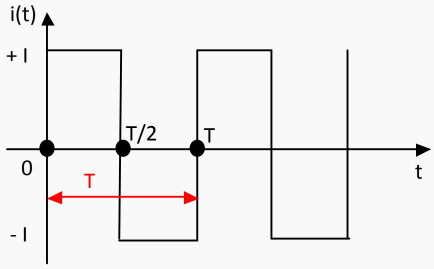


Fig. 16: ondas cuadradas de corriente

La figura 16 da una representación temporal de i(t).

El cálculo de la serie de FOURIER de esta señal i(t) da la siguiente expresión:

$$i(t) = \frac{4.I}{\pi}\sin\omega t + \frac{4.I}{3\pi}\sin 3\omega t + \frac{4.I}{5\pi}\sin 5\omega t + \cdots + \frac{4.I}{n\pi}\sin n\omega t \qquad (n \text{ impar})$$

Esta señal no tiene componente continua, consta de:

- una señal sinusoidal de frecuencia f (la de la señal básica) de amplitud $\frac{4.I}{\pi}$
- una señal sinusoidal de frecuencia 3f de amplitud $\frac{4.I}{3.\pi}$
- una señal sinusoidal de frecuencia 5f de amplitud $\frac{4.I}{5.\pi}$
- …

Esta descripción permite definir la siguiente representación espectral (o armónica) (Fig. 17):

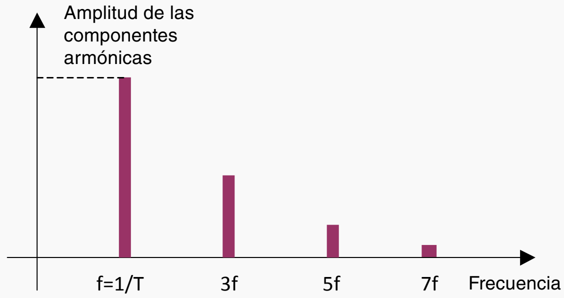
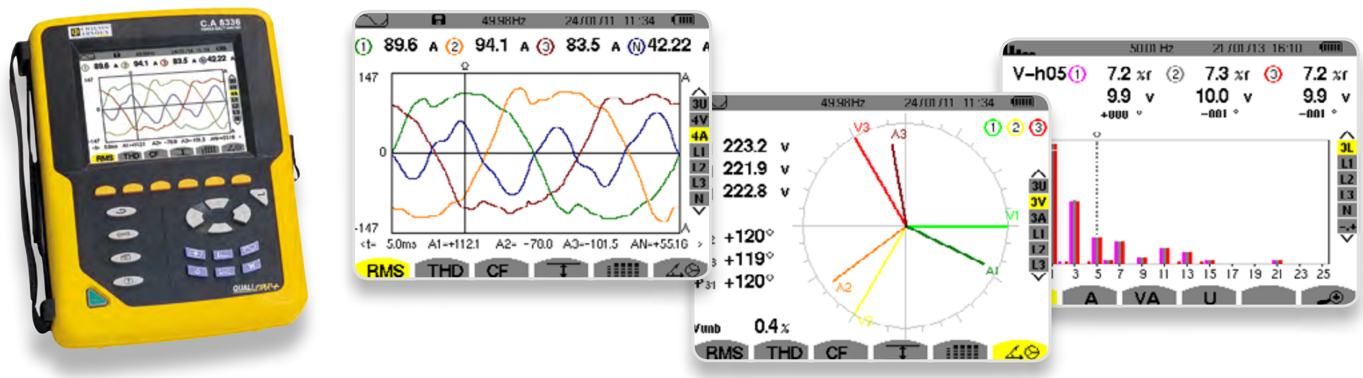


Fig. 17: representación espectral



Los analizadores de potencia y energía de **la gama Qualistar+** permiten la visualización de todas estas representaciones.

906213463 - Ed. 1 - 05/2015 - Documento no contractual.

ESPAÑA
Chauvin Arnoux Ibérica SA
C/ Roger de Flor, 293 - 1a Planta
08025 BARCELONA
Tel: +34 902 20 22 26
Fax: +34 934 5914 43
comercial@chauvin-arnoux.es
www.chauvin-arnoux.es

CHAUVIN ARNOUX GROUP